

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

о диссертации Ушакова Сергея Николаевича

**«Константы неопределенности и системы целочисленных сдвигов»
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01. 01. 01- вещественный, комплексный и
функциональный анализ**

Диссертация С. Н. Ушакова посвящена одному из важных новых направлений теории приближений: исследованию свойств различных неортогональных систем функций, используемых для представления и анализа сигналов с точки зрения их временных и частотных характеристик. Эти системы функций весьма разнообразны, среди них важную роль играют системы всплесков, системы равномерных сдвигов функций, узловые функции, когерентные состояния и др. Интерес к данной тематике обусловлен как ее богатым внутренним математическим содержанием, связанным с новыми современными конструкциями приближающих систем и методов анализа сигналов, так и с многочисленными приложениями этой теории в прикладных проблемах теории передачи, цифровой обработки сигналов и изображений. Это современный, быстро развивающийся раздел математического анализа, привлекающий внимание ряда известных специалистов в этих областях в нашей стране и за рубежом. Отметим здесь работы Бургейна, В. Л. Вендланда И. Добеши, Е. А. Лебедевой, В. Г. Мазыи и Г. Шмидта, И. Мейера, И. Я. Новикова и С. Б. Стечкина, А. М. Переломова, В. С. Протасова, М. А. Скопиной, Ю. М. Фаркова, Фишера и Престина и др.

Диссертация С. Н. Ушакова находится в русле работ И. Я. Новикова и его учеников, посвященных данной тематике. Таким образом, тема диссертации С. Н. Ушакова актуальна и связана с решением важных задач анализа Фурье и его приложений.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и библиографии, содержащей ссылки на 59 работ, связанных с темой диссертации. Общий объем диссертации составляет 101 стр.

Во введении дан краткий обзор известных результатов, связанных с темой диссертации, обоснована цель исследования, его актуальность и представлены вынесенные на защиту научные положения.

Глава 1 является вводной. Она содержит основные определения, используемые в работе, приводит необходимые формулы и используемые результаты. Одним из центральных понятий, используемых в работе С. Н. Ушакова, является понятие радиуса функции, характеризующего разброс ее значений относительно среднего. Произведение радиусов самой функции и ее преобразования Фурье, называемое константой неопределенности, является одним из основных объектов исследования в диссертации. Следует отметить, что константа неопределенности является одной из важных характеристик этой теории, отражающей математический аспект знаменитого принципа неопределенности в квантовой механике.

Глава 2 посвящена оценкам констант неопределенности для линейных комбинаций ортонормированных функций Эрмита. Автору удалось получить явные формулы для этих констант в зависимости от коэффициентов линейной комбинации при различных соотношениях между номерами функций (Теоремы 2.1, 2.2 и 2.3) и составить таблицы для их минимальных значений. В случае линейных комбинаций трех и более функций автором проведены численные расчеты.

В главе 3 проведено исследование так называемых узловых функций, построенных из равномерных сдвигов функций Гаусса и функций Лоренца. Узловые функции активно используются в настоящее время для анализа дискретных оцифрованных сигналов. Они удобны для численных расчетов, но как правило, не ортогональны. При построении и исследовании узловых функций важную роль играет скорость стремления к нулю коэффициентов сдвигов. В случае целочисленных сдвигов функций Гаусса в теоремах 3.1 и

3.2 установлено знакочередование коэффициентов сдвигов и монотонное убывание их модулей (начиная с некоторого номера). Исследована зависимость поведения коэффициентов от параметра в случае сдвигов функции Лоренца (теорема 3.3). Введены и исследованы интегральные функционалы, описывающие отличия функций Гаусса и Лоренца (теорема 3.4).

В четвертой главе исследуется конечномерный вариант задачи интерполяции, когда узловая функция строится по конечной системе сдвигов. Для коэффициентов сдвигов установлены явные формулы вычисления через отношения определителей (теорема 4.3).

В главе 5 рассмотрены системы когерентных состояний, играющие важную роль в квантовой оптике. Для них установлена формула вычисления константы неопределенности в общем случае и приведены конкретные ее варианты при различных дополнительных условиях на параметры.

Оценивая диссертацию в целом, отметим, что в ней решен ряд актуальных задач анализа неортогональных систем, играющих важную роль в современной теории математической и цифровой обработки сигналов. Результаты диссертации носят весьма нетривиальный характер, и для их получения автору пришлось преодолеть значительные трудности как технического, так и принципиального плана. Все новые результаты подробно доказаны и представляют собой новые достоверные факты теории математической обработки сигналов. Они заметно обогатили известный арсенал фактов и методов анализа неортогональных разложений и, несомненно, найдут применения в дальнейших исследованиях по данной актуальной тематике. В совокупности, результаты диссертации вносят существенный вклад в развитие данной теории.

Основное замечание к работе носит редакционный характер и относится к тексту автореферата и введения к диссертации. В них приводятся точные формулировки утверждений, содержащихся в основном тексте диссертации, но не всегда поясняются используемые обозначения. Без таких

пояснений эти фрагменты, вырванные из контекста, вызывают у читателя ряд вопросов, и требуют обращения к основному тексту работы. Например, требуют пояснений (и уточнений) обозначения и формулы, приведенные во второй части стр. 9 автореферата. В формулировке теоремы 3.2 на стр. 10 автореферата важную роль играет параметр q , происхождение и величина которого не объясняются.

Эти редакционные замечания не снижают высокой оценки научного уровня диссертации С. Н. Ушакова. Диссертация является законченным, самостоятельным научным исследованием высокого уровня. Ее основные результаты подробно обоснованы и своевременно опубликованы в 7 работах, 4 из них - в центральных математических изданиях, включенных в список ВАК. Диссертация прошла апробацию на ведущих научных семинарах в ВГУ, основные ее результаты докладывались на международной конференции «Всплески и приложения» в Санкт-Петербурге в 2012 г., на международном симпозиуме «Ряды Фурье и их приложения» (Новороссийск 2014), и др. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

На основании изложенного считаю, что диссертация С. Н. Ушакова удовлетворяет всем требованиям п. 9 Положения ВАК к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 -вещественный, комплексный и функциональный анализ, а ее автор, Ушаков Сергей Николаевич, несомненно, заслуживает присуждения ему искомой степени.

Доктор физико-математических наук, профессор ГОЛЬДМАН М. Л.

Личную подпись проф. Гольдмана М. Л. удостоверяю

Ученый секретарь Ученого Совета РУДН, профессор САВЧИН В. М.

